Französische Eisenbahn-Metrik (Alle Züge fahren über Paris.)

Es sei $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}_+$ eine Metrik auf dem Raum $\mathbb{R}^2$.
Für $z_i = (x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2,\ i = 1, 2$ sei

$$\tilde{d}(z_1, z_2) = \begin{cases} d(z_1, z_2) & \text{falls} \quad x_1\, y_2 = x_2\, y_1 \\ d(z_1, 0) + d(0, z_2) & \text{sonst} \end{cases} .$$

Man gebe eine geometrische Deutung der Bedingung $x_1\, y_2 = x_2\, y_1$ an und untersuche, ob $\tilde{d}$ ebenfalls eine Metrik auf dem Raum $\mathbb{R}^2$ ist.